

Aplicaciones de Control Vectorial: Control de la potencia real por una línea mediante un SSSC

Esther Anzola-Pérez Pablo García-González y Aurelio García-Cerrada

ETS de Ingeniería (ICAI), Universidad Pontificia Comillas, Alberto Aguilera 23, 28015 Madrid, Spain

Tel. 91 542 28 00; Fax. 31 559 65 69

estherap@iies.es; pablo@dea.icaei.upco.es; aurelio@iit.upco.es

Resumen

En este artículo se presentan dos formas de control de un compensador estático en conexión serie basado en un inversor con PWM (*Static Synchronous Series Compensator* o SSSC) y situado en una línea de transporte de energía eléctrica. El objetivo del SSSC es controlar la potencia real que se transporta por la línea. Se ha modelado el SSSC mediante vectores espaciales utilizando la transformada de Park. La selección del sistema de referencia reduce el control de las potencias real y reactiva instantánea al de intensidades en ejes d y q , respectivamente. Se presentan dos alternativas de control que permiten el control rápido de la potencia real que se transporta por el sistema, asegurándose, al mismo tiempo, que la tensión del condensador del inversor se mantiene en los niveles preestablecidos. Los principales resultados se han validado mediante simulación.

1. Modelado del SSSC

En la Fig. 1. (a) se representa el esquema unifilar del SSSC conectado al sistema de transporte de energía eléctrica. El SSSC está compuesto por un inversor fuente de tensión, un transformador y un condensador. La tensión generada por el inversor se inyecta en serie con el sistema de transporte a través de los arrollamientos secundarios del transformador. El condensador es el elemento almacenador de energía y proporciona la tensión constante necesaria para el funcionamiento del inversor. En la Fig. 1. (b) se presenta un esquema funcional del SSSC en magnitudes físicas. El inversor se ha modelado como una fuente de tensión que se puede controlar de forma rápida en módulo y ángulo. En la impedancia de la línea se ha incluido la reactancia de conexión de los arrollamientos del transformador.

Utilizando la transformada de Park [1], se obtiene el siguiente modelo dinámico incremental del sistema:

$$\frac{di_d}{dt} = -\frac{R}{L}i_d + i_q\omega - \frac{1}{L}e_d \quad (1)$$

$$\frac{di_q}{dt} = -\frac{R}{L}i_q - i_d\omega - \frac{1}{L}e_q \quad (2)$$

siendo ω la velocidad angular del sistema de referencia seleccionado. En la Fig. 2. se representa el esquema funcional del SSSC en ejes d y q correspondiente a las ecuaciones (1)-(2).

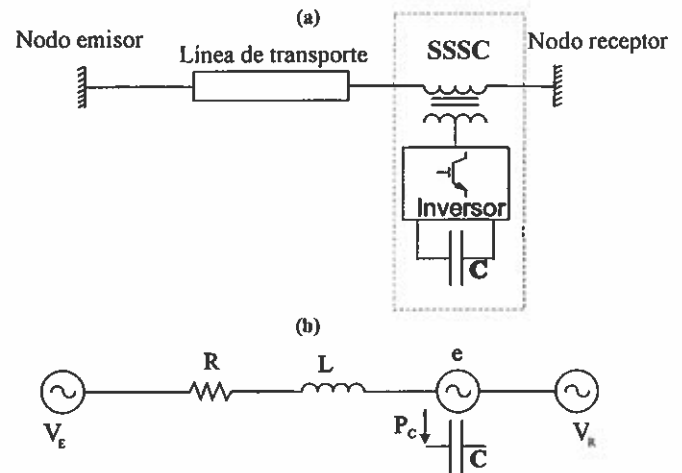


Fig. 1. (a) Esquema unifilar del sistema, (b) Circuito equivalente del sistema

La transformada de Park utilizada mantiene invariante la expresión de potencia instantánea. El sistema de referencia seleccionado conserva el eje d colineal al vector espacial de la tensión del nodo receptor, $\vec{v}_R = v_{Rd} + jv_{Rq}$. En estas condiciones, las expresiones de las potencias instantáneas consumidas en el nodo receptor serán:

$$p = v_R \cdot i \cdot \cos(\varphi) = v_{Rd}i_d + v_{Rq}i_q = v_{Rd}i_d \quad (3)$$

$$q = v_R \cdot i \cdot \sin(\varphi) = -v_{Rd}i_q + v_{Rq}i_d = -v_{Rd}i_q \quad (4)$$

donde φ es el ángulo entre el vector espacial de la corriente ($\vec{i} = i_d + ji_q$) y el vector espacial de la tensión ($\vec{v}_R$). Para un sistema trifásico equilibrado y con tensiones y corrientes senoidales puras, φ coincide con el desfase entre la corriente y la tensión de cada una de las fases. Teniendo en cuenta que v_{Rd} permanece aproximadamente constante, el control de la potencia real y reactiva instantánea por la línea (p y q) se reduce al control de i_d y de i_q , respectivamente [2]. En régimen permanente p y q coinciden con la potencia activa y reactiva (P y Q) consumidas en el nodo receptor.

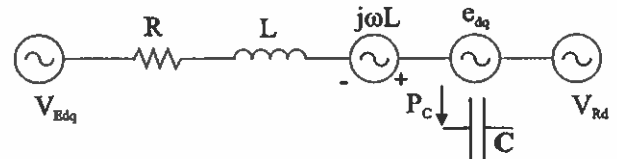


Fig. 2. Circuito equivalente del sistema serie en ejes dq

11



Figure 11: A 3D plot showing a surface in a coordinate system with axes x , y , and z . The surface is a curved, bowl-like shape opening upwards, with its minimum at the origin $(0,0,0)$. The x and y axes range from -1 to 1 , and the z axis ranges from 0 to 1 .

The function $f(x, y, z)$ is defined as follows:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}z^2$$

The function is a quadratic form, and its minimum value is 0 , which occurs at the origin $(0, 0, 0)$. The function is symmetric with respect to the z -axis, and its level sets are ellipsoids centered at the origin.

$$(11) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = y, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 1, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 1, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 1$$

The Hessian matrix of f at the origin is:

$$H_f(0, 0, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Since the Hessian matrix is positive definite, the origin is a local minimum of f .

The function f is also a convex function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a concave function, and its maximum value is 0 .

The function f is also a linear function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a quadratic function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a cubic function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a quartic function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a quintic function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a sextic function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a septic function, and its minimum value is 0 .



Figure 12: A 3D plot showing a surface in a coordinate system with axes x , y , and z . The surface is a curved, bowl-like shape opening upwards, with its minimum at the origin $(0,0,0)$. The x and y axes range from -1 to 1 , and the z axis ranges from 0 to 1 .

The function $f(x, y, z)$ is defined as follows:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}z^2$$

The function is a quadratic form, and its minimum value is 0 , which occurs at the origin $(0, 0, 0)$. The function is symmetric with respect to the z -axis, and its level sets are ellipsoids centered at the origin.

$$(12) \quad \frac{\partial f}{\partial x} = x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = y, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = z$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 1, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 1, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 1$$

The Hessian matrix of f at the origin is:

$$H_f(0, 0, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Since the Hessian matrix is positive definite, the origin is a local minimum of f .

The function f is also a convex function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a concave function, and its maximum value is 0 .

The function f is also a linear function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a quadratic function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a cubic function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a quartic function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a quintic function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a sextic function, and its minimum value is 0 .

The function f is also a septic function, and its minimum value is 0 .

Para la descripción completa de la dinámica del sistema hay que incluir las ecuaciones del condensador. Despreciando las pérdidas en los semiconductores se tiene que:

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{v_C \cdot C} p_C \quad (5)$$

$$p_C = e_d \cdot i_d + e_q \cdot i_q \quad (6)$$

donde p_C es la potencia real que absorbe el condensador del sistema a través del inversor. Por lo tanto, el conjunto de ecuaciones (1), (2), (5) y (6) describen convenientemente el comportamiento dinámico del sistema.

2. Sistema de control del compensador

El objetivo fundamental del SSSC es el control de la potencia real que se transporta por una línea del sistema eléctrico.

Por otro lado, el SSSC tiene una energía limitada almacenada en el condensador de corriente continua. Por lo tanto, en régimen permanente el intercambio de energía entre el SSSC y el sistema eléctrico debe ser nulo. Para conseguirlo es necesario que en régimen permanente la tensión del inversor permanezca en cuadratura con la corriente de la línea de transporte[3]. Esto es equivalente a que el SSSC se comporte como una reactancia inductiva o capacitiva. De esta manera la potencia activa y reactiva que se consume en el nodo receptor es:

$$P = 3 \frac{V_R \cdot V_S}{L \cdot \omega + X} \sin \theta \quad (7)$$

$$Q = 3 \frac{V_R}{L \cdot \omega + X} \left(1 - \frac{V_S}{V_R} \cos \theta \right) \quad (8)$$

donde X es la reactancia equivalente del SSSC y θ el desfase entre la tensión del nodo emisor (V_E) y la tensión del nodo receptor (V_R).

De las ecuaciones (7) y (8) se deduce que, si se controla el SSSC para que se comporte como una reactancia, las potencias P y Q no son independientes. Además, es importante observar que para $\theta = 0^\circ$, la potencia activa es nula independientemente del valor de X , por lo tanto, la potencia activa sólo se puede controlar para $\theta \neq 0^\circ$.

En Fig. 3. están representadas las potencias P y Q en función de la reactancia $X_{total} = L \cdot \omega + X$. Las gráficas se han obtenido para unos valores determinados: $\theta = 10^\circ$, $L \cdot \omega = 0.1 \text{ pu}$, $V_R = V_S = 1 \text{ pu}$ (se han tomado la tensión nominal de fase y la potencia nominal como magnitudes base). Se ha limitado la tensión del SSSC a un 10% de la tensión nominal del sistema, que para el punto de trabajo especificado equivale a $X_{total} = 0.35 \text{ pu}$.

Se han desarrollado dos alternativas de control. En la primera se controla i_d en lazo cerrado y se asegura que la potencia que absorbe el condensador sea nula (salvo cuando se desee cambiar su tensión). Sin embargo, la potencia reactiva instantánea evoluciona en lazo abierto hasta alcanzar el régimen permanente. En la segunda alternativa de control se controla i_d e i_q en lazo cerrado. La referencia de i_q se calcula para que en régimen

permanente el condensador no intercambie potencia real con la línea.

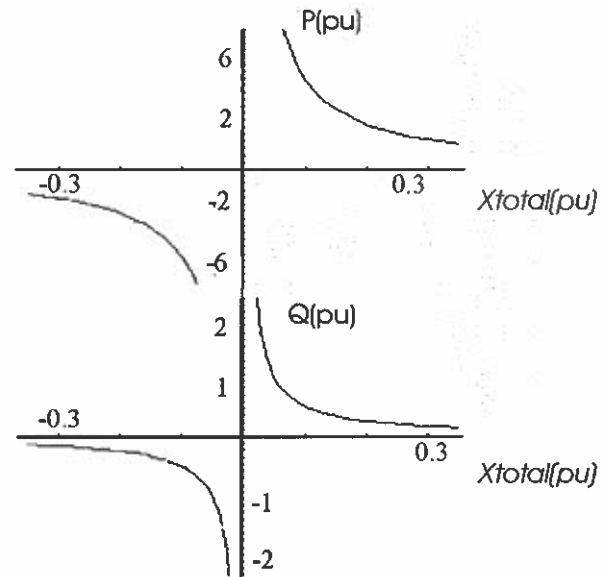


Fig. 3. Margen de utilización

2.1. Primera alternativa de control

2.1.1. Control de la corriente i_d

La ecuación (1) establece convenientemente la dinámica de i_d . La corriente i_d está acoplada a i_q , es decir, las variaciones de i_q afectan a la dinámica de i_d . Sin embargo, agrupando convenientemente términos en (1) se obtiene:

$$\frac{di_d}{dt} = -\frac{R}{L} i_d + u_d \quad (9)$$

donde

$$u_d = i_q \omega - \frac{1}{L} e_d \quad (10)$$

Por lo tanto, utilizando u_d como variable de mando desaparecen las perturbaciones de i_q en el control de i_d . Por último, e_d se puede obtener en función de u_d y las variables de estado del sistema (ecuación de desacople):

$$e_d = \omega i_q L - L u_d \quad (11)$$

La ecuación de desacople es fundamental para el control de i_d , de ella se obtiene la tensión que tiene que aplicar el inversor en función del mando del controlador (u_d) y de las variables de estado del sistema. En la Fig. 4. se resume el control de i_d . Se puede observar que la tensión del inversor no está totalmente determinada, queda un grado de libertad, (e_q) que se va a utilizar para el control de la tensión del condensador.

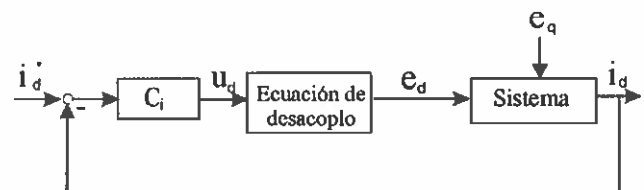


Fig. 4. Esquema de control de i_d

2.1.2. Control de la tensión del condensador

[illegible]

La ecuación (5) que describe el comportamiento del condensador es una ecuación no lineal. Sin embargo, si se tiene en cuenta que

$$v_c \frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d(v_c^2)}{dt} \quad (12)$$

entonces (4) puede expresarse como:

$$\frac{d(v_c^2)}{dt} = \frac{2}{C} p_c \quad (13)$$

Por lo tanto, si se utiliza v_c^2 como variable de control de la tensión del condensador es un problema lineal e independiente del punto de trabajo [4]. Por lo tanto, para diseñar el control de la tensión del condensador se utiliza (13), donde v_c^2 es la variable a controlar y p_c es la variable de mando del controlador. Finalmente, e_q se obtiene de (6) de la siguiente manera

$$e_q = \frac{p_c - e_d i_d}{i_q} \quad (14)$$

La ecuación (14) proporciona la componente e_q de la tensión del inversor, que es necesaria para que el condensador absorba la potencia que demanda su control (p_c). Por último, en la Fig. 5. se resume el esquema de control de la tensión del condensador.

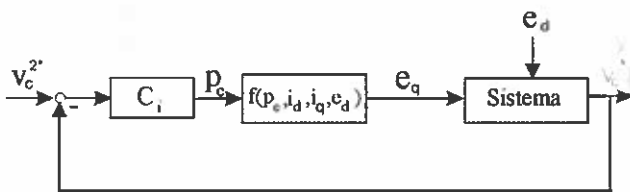


Fig. 5. Esquema de control de V_c

Para valores pequeños de i_q la tensión e_q se satura, en estos casos el condensador no absorbe exactamente la potencia real deseada y pueden aparecer pequeñas variaciones en su tensión.

2.2. Segunda alternativa de control

2.2.1. Control de las corrientes i_d e i_q

El objetivo del control de corriente es el control desacoplado de i_d e i_q . En las ecuaciones (1) y (2) se observa que i_d e i_q están acopladas si se utilizan e_d y e_q como variables de mando de los controladores. Sin embargo, agrupando convenientemente los términos en (1) y (2) se obtiene:

$$\frac{di_d}{dt} = -\frac{R}{L} i_d + u_d \quad (16)$$

$$\frac{di_q}{dt} = -\frac{R}{L} i_q + u_q \quad (17)$$

donde

$$u_d = i_q \omega - \frac{1}{L} e_d \quad (18)$$

$$u_q = -i_d \omega - \frac{1}{L} e_q \quad (19)$$

De esta manera las variaciones de u_d y u_q afectan a i_d e i_q respectivamente y es posible diseñar dos controles desacoplados de i_d e i_q utilizando (16) y (17).

Por último, la tensión que tiene que aplicar el inversor se puede despejar de (18) y (19) (ecuaciones de desacoplo):

$$e_d = \omega i_q L - L u_d \quad (20)$$

$$e_q = -\omega i_d L - L u_q \quad (21)$$

La referencia para el control de i_d es la potencia real que se desea consumir en el nodo receptor. Sin embargo, la referencia para el control de i_q no está definida, y es el control de la tensión del condensador el que la determina.

2.2.2. Control de la tensión del condensador

El control de la tensión del condensador se realiza como en la Sección 2.1.2., donde v_c^2 es la variable a controlar y p_c la variable de mando del controlador.

En este caso, la tensión e_q genera el control de potencia reactiva. La referencia para el control de i_q (i_q^*) se obtiene de (6) de la siguiente manera.

$$i_q^* = \frac{p_c - e_d i_d}{e_q} \quad (22)$$

Por lo tanto, la potencia reactiva instantánea se controla para que el condensador absorba la potencia que demanda su control.

En la Fig. 6. se presenta el esquema de control de la tensión del condensador. El control se divide en dos lazos de control anidados. El lazo de control externo (control de la tensión del condensador) es el principal, mientras que el control de i_q está subordinado a éste.

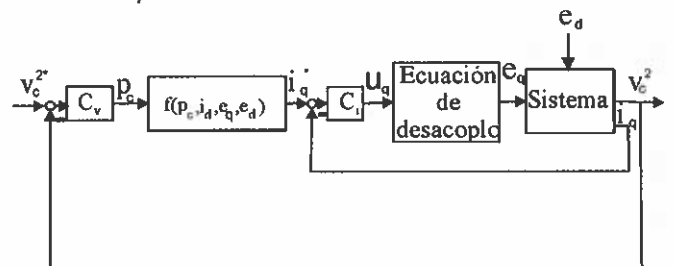


Fig. 6. Control de la tensión del condensador

El control interno se diseña para que sea más rápido que el externo, de manera que sigue fielmente a la referencia que le suministra.

3. Resultados de la simulación

Para validar el sistema de control, se ha desarrollado un simulador con las siguientes características:

1. El sistema de transporte se ha modelado en tiempo continuo y utilizado variables trifásicas.
2. Los parámetros eléctricos son los de un sistema de transporte real expresados en magnitudes unitarias ($L=0.3183$ ms, $R=0.01$ pu, $C=3.5$ ms)
3. El control se ha implantado en tiempo discreto y se han incluido los retrasos en los cálculos.

Los controles de intensidad se han diseñado para obtener una respuesta temporal similar a un sistema de primer orden con una constante de tiempo de aproximadamente 7ms. El control de la tensión del condensador se ha diseñado para obtener una respuesta temporal 10 veces más lenta. Las simulaciones se han realizado en un punto de trabajo del sistema de transporte ($\theta=10^\circ$, $V_R=V_S=1$ pu).

1. The first part of the paper is devoted to the study of the properties of the function $f(x)$ defined by the equation

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt$$

It is shown that the function $f(x)$ is continuous and differentiable on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its derivative is given by the formula

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Furthermore, it is proved that the function $f(x)$ is bounded on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its range is the interval $(0, \pi/2)$.

In the second part of the paper, the function $f(x)$ is studied in more detail. It is shown that the function $f(x)$ is concave down on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its graph has a horizontal asymptote at $y = \pi/2$. It is also shown that the function $f(x)$ is increasing on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its range is the interval $(0, \pi/2)$.

The third part of the paper is devoted to the study of the function $f(x)$ in more detail. It is shown that the function $f(x)$ is concave down on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its graph has a horizontal asymptote at $y = \pi/2$. It is also shown that the function $f(x)$ is increasing on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its range is the interval $(0, \pi/2)$.

2. The second part of the paper is devoted to the study of the properties of the function $g(x)$ defined by the equation

$$g(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt$$

It is shown that the function $g(x)$ is continuous and differentiable on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its derivative is given by the formula

$$g'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Furthermore, it is proved that the function $g(x)$ is bounded on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its range is the interval $(0, \pi/2)$.

In the third part of the paper, the function $g(x)$ is studied in more detail. It is shown that the function $g(x)$ is concave down on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its graph has a horizontal asymptote at $y = \pi/2$. It is also shown that the function $g(x)$ is increasing on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its range is the interval $(0, \pi/2)$.

The fourth part of the paper is devoted to the study of the function $g(x)$ in more detail. It is shown that the function $g(x)$ is concave down on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its graph has a horizontal asymptote at $y = \pi/2$. It is also shown that the function $g(x)$ is increasing on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its range is the interval $(0, \pi/2)$.

The fifth part of the paper is devoted to the study of the function $g(x)$ in more detail. It is shown that the function $g(x)$ is concave down on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its graph has a horizontal asymptote at $y = \pi/2$. It is also shown that the function $g(x)$ is increasing on the interval $(-\infty, \infty)$ and that its range is the interval $(0, \pi/2)$.

En Fig. 7. se presentan los resultados de simulación obtenidos ante un escalón en la referencia i_d con la primera alternativa de control. El control de i_d es totalmente independiente del control de v_c . La potencia transmitida por el sistema (i_d) evoluciona sin que el condensador absorba potencia, y la tensión en el condensador permanece constante.

En Fig. 8. se presentan los resultados de simulación obtenidos ante un escalón en la referencia de la tensión del condensador. Como en el caso anterior, el control de v_c es totalmente independiente del control de i_d . En este caso el condensador absorbe la potencia necesaria para aumentar su tensión. En régimen permanente la potencia intercambiada por el condensador vuelve a ser cero.

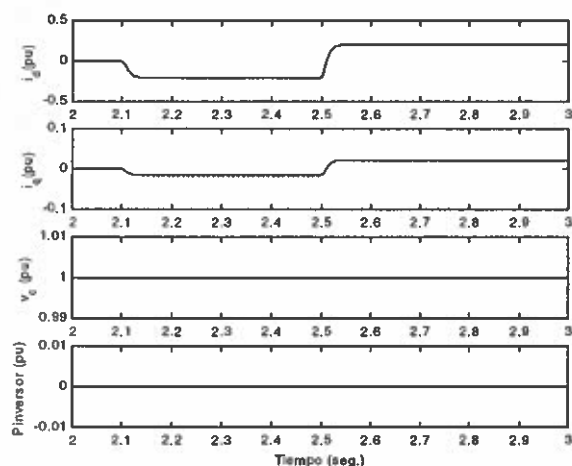


Fig. 7. Escalón en la referencia de i_d

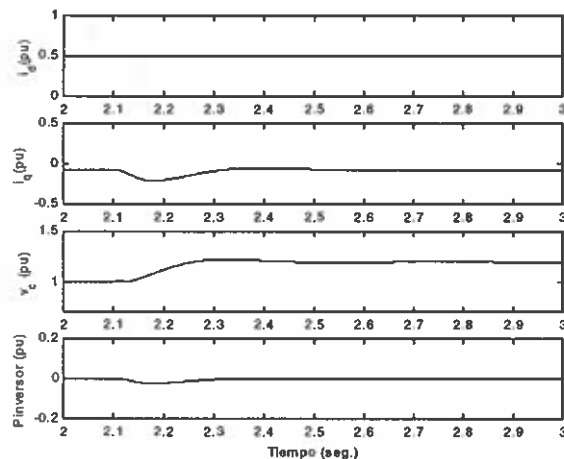


Fig. 8. Escalón en la referencia de v_c

En Fig. 9. se presentan los resultados de simulación obtenidos ante un escalón en la referencia de i_d con la segunda alternativa de control. El control de i_d evoluciona con la dinámica esperada, pero la tensión del condensador varía ligeramente durante el transitorio (variaciones inferiores al 1%).

Los resultados que se obtienen ante un cambio en la referencia de la tensión del condensador, con la segunda alternativa de control, son similares a los de Fig. 8. y no es necesario repetirlos.

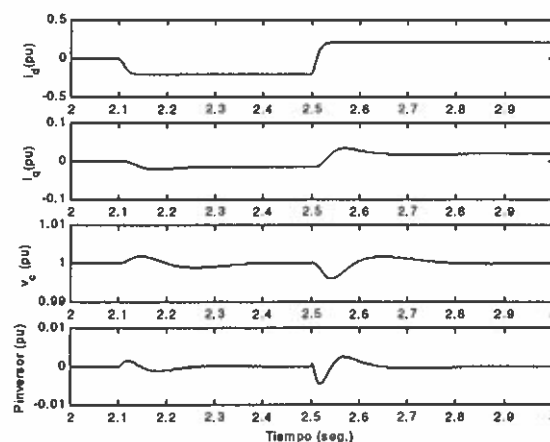


Fig. 9. Escalón en la referencia de i_d

4. Conclusiones

En este artículo se estudia en detalle el sistema de control de un SSSC situado en una línea de transporte de energía eléctrica. Se ha demostrado que es posible controlar la potencia activa o reactiva que se transporta hasta el nodo receptor, si el desfase entre el nodo emisor y receptor es distinto de cero.

Se han desarrollado dos alternativas de control. Los resultados de simulación demuestran que es posible el control rápido de la potencia real que se transporta por la línea utilizando un SSSC. La primera alternativa de control asegura que la tensión del condensador no varía durante los transitorios de i_d . Sin embargo, i_q evoluciona en lazo abierto y su dinámica depende de la dinámica libre del sistema. En la segunda alternativa se cierra el lazo de control de i_q y se puede asegurar el tiempo en el que el sistema alcanza el régimen permanente. En este caso los transitorios de i_d perturban ligeramente al control de v_c .

Referencias

- [1] P. C. Krause. *Analysis of Electric Machinery*. McGraw-Hill Inc., New York, 1986.
- [2] Hirofumi Akagi, Yoshihira Kanazawa y Akira Nabae. "Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components". *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-20(3):625-630, May/June 1984.
- [3] Laszlo Gyugyi, Colin D. Schauder y Kalyan K. Sen. Static Synchronous Series Compensator: "A Solid-State approach to the Series Compensation of Transmission Lines". *IEEE Transactions on Power Delivery*, IA-12(1), January 1997.
- [4] P. García-González y A. García-Cerrada. "Control System for a UPFC in a transmission line". In *IECON '98. IEEE*, volume 1, pages 462-466, September 1998, Aachen, Germany.

